Visualizar la geometría

Mª Esperanza Teixidor Cadenas
cubodidacticobafi@gmail.com
Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas Isaac Newton.

Núcleo temático: Didáctica y Formación Docente. Materiales y Recursos Didácticos.

Modalidad: Taller.

Nivel educativo: Educación Primaria.

Requisitos para la impartición del taller: Hilo elástico, pajitas de refresco, hilo de pescar, palos de chupachups, cuadrados de plástico, cinta adhesiva y tijeras.

Describe en 140 caracteres la propuesta del trabajo:
Construir figuras para utilizar en el aula. Se realizarán: triángulos isósceles, decágonos, icosaedros y distintos desarrollos del cubo. Superar esquemas tradicionales.

RESUMEN

Necesitamos disponer de materiales sencillos y muy versátiles, para que el alumnado pueda por sí mismo construir figuras y cuerpos geométricos. La finalidad de este taller es elaborar recursos didácticos para ser utilizados en el aula, y lograr un aprendizaje en profundidad de la geometría. Tras una breve explicación se realiza la construcción y luego se compartirán las posibilidades didácticas de la misma. Asombra que un material tan sencillo y al alcance de todos pueda resolver frecuentes errores habituales. A través del manejo de estas construcciones se logra un aprendizaje en profundidad de los conceptos, porque se visualizan previamente.

Palabras clave: Primaria, geometría, visión espacial, formación docente.

Desarrollo del taller

Introducción sobre la necesidad de usar materiales manipulativos. La prisa por dar una materia, o el carecer del material adecuado, hace que la geometría sea una parte árida y memorística, que el alumnado olvida fácilmente.

La geometría es la parte de las matemáticas que puede apasionar a nuestro alumnado, porque está en su entorno habitual. Para lograrlo debemos apasionarnos con la materia. Así podríamos planificar actividades vivenciales, como un recorrido por el centro educativo, o una salida en la que descubran y admiren la belleza de la geometría. En algunos edificios, en mobiliario, en decoración, en moda y complementos, podemos reconocer figuras y cuerpos geométricos.

También como docentes tenemos que seguir aprendiendo, ya que la formación recibida en este tema fue limitada. La clave estará en el uso del material y en escuchar al alumnado. Dejar más tiempo para la investigación. Que expliquen lo que han descubierto, de esta forma además de la competencia matemática desarrollamos la lingüística. Cuando el alumnado está motivado es un generador de conocimiento. Serían muchas las anécdotas que cada uno podría narrar. Recuerdo el cumpleaños de una niña que para festejarlo trajo chupachups. Y otra alumna al terminar su caramelo descubrió que el palo era un cilindro.

1. Construcción de un triángulo isósceles con hilo elástico y pajitas de refresco

Es frecuente encontrar en los libros de texto los triángulos isósceles a modo de “pico”, con dos lados iguales de mayor longitud que la base.

La ventaja de estar hecho con hilo elástico es que se puede estirar, formando muchos otros triángulos isósceles, que no son del tipo “pico”, porque los lados iguales son menores. Solamente en un caso lograremos el triángulo equilátero.

En arquitectura se utiliza mucho el triángulo isósceles pero no lo identificamos. Es también la escuadra que usamos en dibujo técnico.

Con el mismo material se pueden fabricar triángulos escalenos y equiláteros.

2. Construcción de un decágono con hilo elástico y pajitas de refresco

Cortaremos diez pajitas a 10 cm y pasaremos por ellas un metro de hilo elástico, formando un decágono. Aunque se formen con segmentos, el alumnado reconoce el polígono porque su imaginación completa la superficie.

Es conveniente hacer también los polígonos anteriores (eneágono, octógono, heptágono, hexágono, pentágono, cuadrado y triángulo). Al ser un decágono flexible lo emplearemos para:

2.1 Visualizar todos los posibles decágonos

Los polígonos que suelen aparecer en los libros de texto son los regulares, sin tener en cuenta que sólo hay uno regular y que el resto son irregulares. Nos muestran la excepción y nos cuesta reconocer otros, sobre todo en polígonos cóncavos.

2.2 Visualizar la descomposición del 10, 100 y 1000

Para el cálculo mental conviene dominar las descomposiciones de los primeros números. Por ejemplo del 10: 9+1 = 8+2 = 7+3 = 6+4 = 5+5 = 3+4+3. También podría ser del 100 y del 1000. Los tubos miden 1 dm que es 10 cm y 100 mm. De esta forma componer y descomponer es un juego.

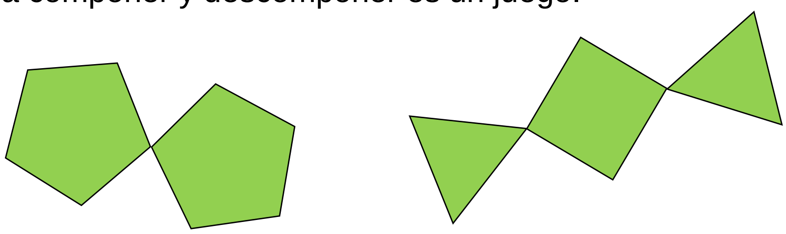

Imagen 1. Dos descomposiciones del número diez. 5+5 y 3+4+3

2.3 Dos figuras que tengan el mismo perímetro no significa que posean la misma superficie

Emma Castelnuovo, fiel a su método intuitivo, lo explicaba con un cordel en el que hacía muchos rectángulos posibles, todos con el mismo perímetro, que coincidía con la longitud del cordel. La superficie en rectángulos extremos, se veía que disminuía, aunque no se podía cuantificar.

Con el decágono hecho con pajitas de 1 dm podemos hacer estos dos rectángulos.

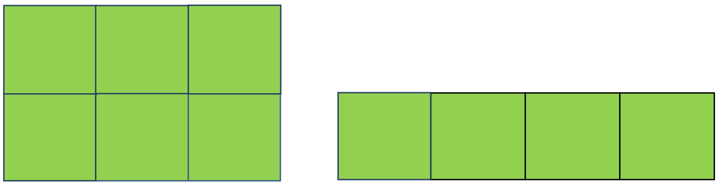

Imagen 2. Los dos rectángulos con perímetros de un metro y distintas superficies.

Como cada segmento de la línea poligonal mide 1 dm, y hay diez, el perímetro es 10 dm. Visualmente comprobamos que en el primer rectángulo el área es de 6 dm^2 y en el segundo 4 dm^2.

También lo podemos hacer con ocho segmentos. Obtenemos un cuadrado de 4 dm^2, o un rectángulo de 3 dm^2.

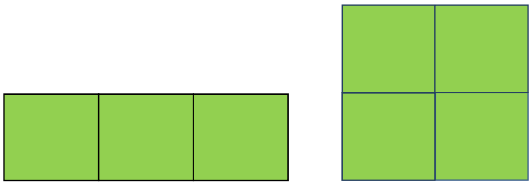

Imagen 3. Rectángulo y cuadrado de 80 cm de perímetro y distintas superficies.

3. Construcción de un icosaedro con palos de chupachups e hilo de pescar

Necesitaremos 30 palos de chupachups, que serán las aristas del icosaedro. Comenzaremos construyendo el antiprisma pentagonal (se necesitarán 20 palos) y en segundo lugar, en cada una de las dos bases, se insertarán 5 palos para acabar el cuerpo.

En la construcción del antiprisma se parte de un triángulo equilátero, pues todos los palos tienen la misma longitud. En cada paso se van añadiendo otros dos palos. Se forma un rombo, luego un trapecio, el siguiente es un romboide y todos los demás siguen la serie trapecio-romboide.

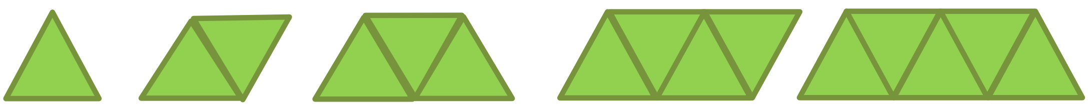

Imagen 4. Serie de la construcción del antiprisma pentagonal.

Cuando tengamos un polígono formado por 9 triángulos, se cierra añadiendo un último palo.

Con el icosaedro podemos:

3.1 Visualizar el cuerpo en revolución

Al alumnado le encanta hacerlo girar, porque ve líneas y cuerpos que no existen. En este caso se generan dos conos y un cilindro.

3.2 Visualizar los tres rectángulos áureos

Utilizaremos hilo, de distintos colores, para que destaquen los rectángulos.

3.3 Visualizar la esencia de los poliedros regulares

El icosaedro forma parte de los poliedros regulares. ¿Por qué solo hay cinco?

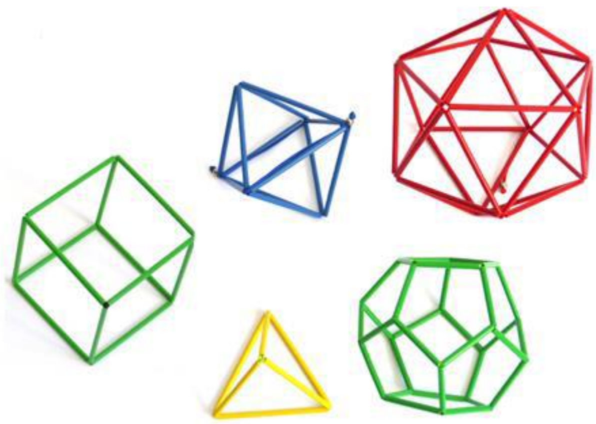

Imagen 5. Poliedros regulares.

Si nos fijamos en los vértices veremos que en todos ellos convergen el mismo número de aristas. Tres en el icosaedro, en el cubo y en el tetraedro. Cuatro en el octaedro y cinco en el dodecaedro.

4. Desarrollo de un cubo

Casi siempre el desarrollo de un cubo aparece como en la imagen de la izquierda y rara vez como en la derecha. Una actividad muy enriquecedora, para realizar en equipo, es buscar todas las posibles soluciones. Al hacerlo con los cuadrados, unidos con cinta adhesiva, se comprueba con facilidad si es correcto.

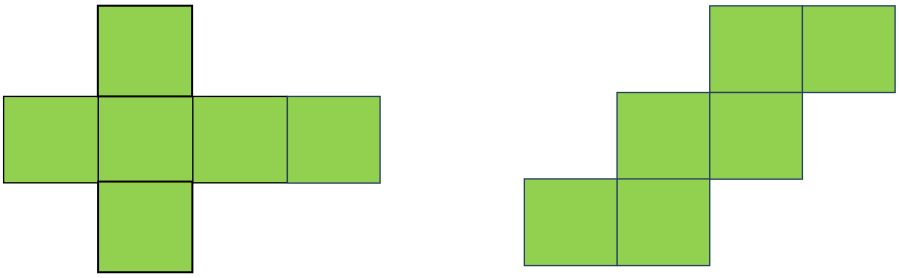

Imagen 6. Desarrollo convencional y no convencional de un cubo.

5. Distinguir las dimensiones de un objeto

Utilizaremos el material Bafi, que por su flexibilidad se convierte en un segmento (1D), o en un cuadrado (2D), o en un cubo (3D).

Comenzaremos utilizando dos cubos Bafis de 1 y 2 dm de arista respectivamente. Al comparar la longitud vemos que es el doble.

En el caso de las superficies, vemos como en el cuadrado de 1 dm de arista su área es 1 dm^2. En cambio en el cuadrado de 2 dm de arista su superficie es de 4 dm^2. Es un error frecuente pensar que el doble de la longitud de la arista equivaldrá al doble de la superficie. Pero es cuatro veces más.

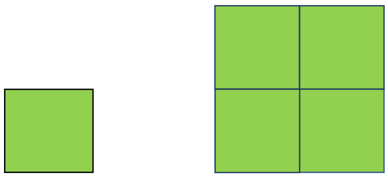

Imagen 1. El cuadrado grande, con el doble de longitud de arista que el pequeño, tiene cuatro veces más de superficie.

Por último, en un cubo de un 1 dm de arista, el volumen es 1 dm^3, y cabe 1 litro. Y en el de 2 dm de arista comprobamos que son 8 dm^3 y caben 8 litros.

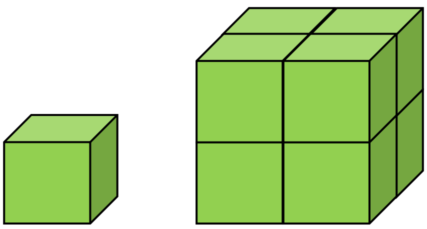

Imagen 2. El cubo grande, con el doble de longitud de arista que el pequeño, tiene un volumen ocho veces mayor.

Recapitulando. La longitud es una dimensión. Al comparar las longitudes de 1 y 2 dm vemos que es el doble, lo puedo expresar como 2^1. En dos dimensiones es $4=2^2$. Por último, en tres dimensiones es $8=2^3$. ¡Qué curioso! ¿Pasará igual si comparo un cubo de 1 dm con otro de 3 dm de arista? Vamos a verlo: Al comparar la longitud vemos que es el triple: tres veces 1 dm es 3 dm. En el caso de las áreas, comprobamos que en el cuadrado de 3 dm de arista es 9 dm^2 $(9=3^2)$.

Por último en un cubo de 3 dm de arista caben 27 litros = 27 dm^3 $(27=3^3)$.

Podemos seguir investigando con otros números y construir una tabla:

Arista Bafi	1 dm	2 dm	3 dm	5 dm	10 dm = 1m
Longitud	1 dm	2 dm 2^1	3 dm 3^1	5 dm 5^1	10 dm = 1m 10^1
Área	1 dm^2	4 dm^2 2^2	9 dm^2 3^2	25 dm^2 5^2	100 dm^2 = 1m^2 10^2
Volumen	1 dm^3	8 dm^3 2^3	27 dm^3 3^3	125 dm^3 5^3	1000 dm^3 = 1m^3 10^3
Capacidad	1 litro	8 litros	27 litros	125 litros	1000 litros

Imagen 3. Tabla comparativa.

De esta manera logramos evitar el error de decir que la mitad de la longitud implica la mitad del volumen o del área total. Dominar las tres dimensiones, porque las han vivenciado y visualizado, facilitará que no les dé igual poner dm que dm^2, o dm^3.

Referencias

[1] Teixidor, E. (2016). 3D, 2D, 1D. Números: Revista de didáctica de las matemáticas, nº 92, pp. 93-103. Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/92/Experaula.pdf

[2] Teixidor, E. (2019). Innovación educativa con un cubo flexible didáctico. Pensamiento matemático: Revista de Investigación e Innovación Educativa, Volumen IX, nº1. Recuperado de http://www2.caminos.upm.es/Departamentos/matematicas/revistapm/revista_impresa/vol_IX_num_1/exp_doc_cub_flex.pdf